文章编号:1000-4939(2023)04-0883-10

冲击荷载下钢化夹层玻璃薄板的动力学响应研究

郝贠洪[1,2,3],胡臻[1],郭鑫[1],吴日根[1]

(1. 内蒙古工业大学土木工程学院,010051 呼和浩特;2. 内蒙古自治区土木工程结构与力学重点实验室,010051 呼和浩特;3. 内蒙古自治区建筑检测鉴定与安全评估工程技术研究中心,010051 呼和浩特)

摘 要:针对工程材料中的钢化夹层玻璃受风沙冲击问题,利用重三角级数构造了冲击荷载作用下四边简支弹性矩形夹层薄板的挠度函数,依据积分变换方法求解挠度函数系数,并基于薄板小挠度弯曲理论得到四边简支条件下矩形钢化夹层玻璃薄板的应力与应变函数,利用 Matlab 编程对其分布规律计算,研究钢化夹层玻璃受冲击的动力学特性。结果表明:在不同冲击高度下,冲击力、位移响应均呈先增加后减小的趋势,且由于冲击惯性效应致使位移响应分为接触加载期、接触卸载期、脱离后期;应力波在玻璃内对称向四周传播且不断衰减致使位移场、应变场、应力场均呈对称分布,且冲击荷载对冲击点的影响最大;钢化夹层玻璃薄板冲击点区域下表面受拉而出现拉破坏,边界区域受压出现压破坏,而上表面的破坏情况则恰好相反。该研究结果为研究夹层玻璃受冲击破坏机理提供了重要依据。

关键词:夹层玻璃;矩形薄板;四边简支;重三角级数;挠度函数;动力学特性

中图分类号:O343 **文献标志码**:A **DOI**:10.11776/j.issn.1000-4939.2023.04.018

Research on dynamic response of toughened laminated glass sheet under impact load

HAO Yunhong[1,2,3],HU Zhen[1],GUO Xin[1],WU Rigen[1]

(1. School of Civil Engineering,Inner Mongolia University of Technology,010051 Hohhot,China;
2. Key Laboratory of Civil Engineering Structure and Mechanics,Inner Mongolia Autonomous Region,010051 Hohhot,China;3. Engineering Technology Research Center for Building Inspection,Appraisal and Safety Evaluation,Inner Mongolia Autonomous Region,010051 Hohhot,China)

Abstract:Aiming at the impact of wind and sand on tempered laminated glass in engineering materials,using the double Fourier series,the deflection function of a rectangular elastic sandwich sheet with four edges simply supported under impact load is constructed. The coefficient of the deflection function is solved based on the integral transformation method. The stress and strain functions of the rectangular thin plate of laminated glass under the condition of simple support on four sides were obtained,and its distribution law was calculated by programming to analyze the dynamic characteristics of the laminated glass under impact.

收稿日期:2021-02-05 **修回日期**:2022-12-24
基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 11662012;11862022);内蒙古自治区自然科学基金面上项目(No. 2018MS05047);内蒙古高校青年科技英才支持计划资助项目(No. NJYT-17-A09)
通信作者:胡臻。E-mail:497693293@qq.com
引用格式:郝贠洪,胡臻,郭鑫,等. 冲击荷载下钢化夹层玻璃薄板的动力学响应研究[J]. 应用力学学报,2023,40(4):883-892.
HAO Yunhong,HU Zhen,GUO Xin,et al. Research on dynamic response of toughened laminated glass sheet under impact load[J]. Chinese journal of applied mechanics,2023,40(4):883-892.

The results show that the impact force and displacement response first increase and then decrease at different impact heights, and the displacement response is divided into contact loading period, contact unloading period, and disengagement period due to the impact inertia effect. In the glass, the stress wave is symmetrical propagation and continuous attenuation cause the displacement field, strain field, and stress field to be symmetrically distributed, and the impact load has the greatest impact on the impact point; the lower surface of the impact point area of the laminated glass sheet is stretched to cause tensile failure, and the boundary area is compressed to cause compression failure, but the opposite is true for the upper surface.

Key words: laminated glass; rectangular thin plate; four edges simply supported; double trigonometric series; deflection function; dynamic characteristic

内蒙古中西部地区是我国沙尘暴多发地之一，该地区的基础设施长期遭受强风携带风沙颗粒介质的冲击磨损。比如：行走在沙漠及周边地区的高铁列车、汽车等，其前挡风玻璃广泛使用的弹性矩形钢化夹层玻璃薄板受到高速冲击、碰撞、冲蚀等工况的破坏尤为严重[1]。其破坏本质是冲击荷载引起钢化夹层玻璃变形产生拉裂破坏，严重影响玻璃结构的耐久性和安全性。因此研究钢化夹层玻璃在冲击荷载作用下的变形及受力特性具有重要意义。

多年来，国内外诸多学者在钢化夹层玻璃和矩形薄板的受力特性方面开展了大量的研究工作，钢化夹层玻璃的受力特性大多集中在准静态实验[2]、动态冲击实验[3]及数值模拟[4]方面，主要研究了夹层玻璃破坏模式[5]、力学行为[6]、以及影响其相关抗冲击性能的因素[7]，而在理论分析方面研究较少；矩形薄板的受力特性大多在构造相对简单的均布荷载[8-10]且拟静力作用下简单边界条件[11-14]的挠度函数解析解的基础上进行。对于钢化夹层玻璃受冲击作用拟静力处理既不符合实际又存在一定近似性；基于此，本研究以钢化夹层玻璃受风沙颗粒冲击为背景，采用考虑冲击惯性效应的矩形薄板理论研究钢化夹层玻璃的受力特性，既弥补了钢化夹层玻璃研究不足又贴合实际，利用重三角级数构造了冲击荷载下四边简支弹性矩形夹层薄板的挠度函数，依据有限傅里叶变换和拉普拉斯变换方法求解挠度函数系数，并基于薄板小挠度弯曲理论[15]得到四边简支条件下矩形夹层薄板的应力与应变函数，利用 Matlab 编程对挠度、应力、应变的分布规律进行了计算分析。求解过程采用半逆解法的思想，避免了直接求解四阶偏微分方程的复杂性，即可获得完全满足其边界条件的精确解，使得求解过程思路清晰、计算简便且计算量相对较少，同时可拓展至求解边界和受力条件更为复杂的矩形薄板弯曲问题。

1　冲击荷载下矩形夹层薄板的变形及受力特性

1.1　挠度函数的确定

设有一各层均为各向同性层组成的四边简支多层对称矩形夹层薄板，其几何尺寸和材料性能都对称于中面，受垂直于板面向下的钢球冲击荷载 $f(x,y,t)$ 作用，如图 1 所示。图中，矩形夹层薄板在 x 方向的长度为 a，y 方向的长度为 b，z 方向垂直板面向下，薄板厚度为 h。

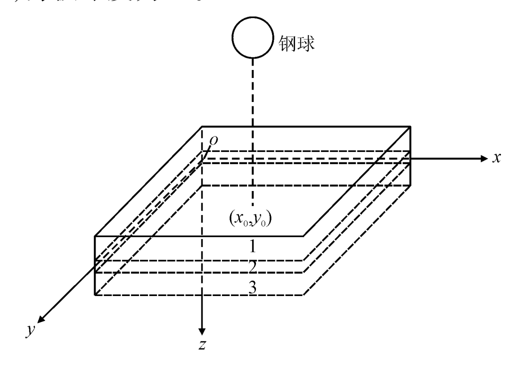


图 1　矩形夹层薄板受钢球冲击作用示意图

Fig. 1　Schematic diagram of rectangular sandwich sheet subjected to steel ball impact

根据薄板小挠度弯曲理论计算假定[15]与经典对称层合板理论[16]，考虑冲击引起玻璃材料的惯性效应，用微元分析方法在垂直方向建立平衡方程，得出对称矩形夹层薄板受冲击荷载的运动方程为

$$D_{11}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2(D_{12}+2D_{66})\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}+D_{22}\frac{\partial^4 w}{\partial y^4}+\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=f(x,y,t) \tag{1}$$

式中：D_{ij} 为矩形夹层薄板的抗弯刚度；w 为板的挠度；$f(x,y,t)$ 为板上表面所受横向外荷载；$\rho h=$

$\sum_{k=1}^{3}\rho^{(k)}h^{(k)}$ 为板的单位面积质量，$\rho^{(k)}$、$h^{(k)}$ 分别为板的第 k 层密度和厚度。

$$D_{ij} = \frac{1}{3}\sum_{k=1}^{3} C_{ij}^{(k)}(z_k^3 - z_{k-1}^3) \tag{2}$$

式中：$C_{ij}^{(k)}$ 为板的第 k 层刚度系数；z_k 为第 k 层下表面的 z 坐标值，在板低频振动时，按照图 1 所取坐标和多层各向同性层情形可得

$$\begin{cases} C_{11}^{(k)} = C_{22}^{(k)} = \dfrac{E_k}{1-\mu_k^2} \\ C_{12}^{(k)} = \dfrac{\mu_k E_k}{1-\mu_k^2} \\ C_{66}^{(k)} = \dfrac{E_k}{2(1+\mu_k)} \end{cases} \tag{3}$$

式中：E_k 和 μ_k 分别为各层板的弹性模量和泊松比。

若矩形夹层薄板受到冲击力为 $F(t)$，且冲击点位于板中 (x_0, y_0) 点处时，有

$$f(x,y,t) = F(t)\delta(x-x_0)\delta(y-y_0) \tag{4}$$

式中，$\delta(x)$ 为单位脉冲函数。

运动方程式(1)是一个四阶偏微分方程，利用积分变换方法对其进行求解，对 $w(x,y,t)$ 求有限傅里叶变换有

$$\int_0^a \mathrm{d}x \int_0^b w(x,y,t)\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}\mathrm{d}y = W(t) \tag{5}$$

求逆变换得出利用重三角级数构造的满足矩形夹层薄板四边简支边界条件的挠度数为

$$w(x,y,t) = \frac{4}{ab}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} W(t)\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b} \tag{6}$$

式中：m 和 n 为任意的正整数；$W(t)$ 是挠度函数与时间有关的因式。

对冲击荷载 $f(x,y,t)$ 求有限傅里叶变换为

$$\int_0^a\int_0^b F(t)\delta(x-x_0)\delta(y-y_0)\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}\mathrm{d}x\mathrm{d}y = F(t)\sin\frac{m\pi x_0}{a}\sin\frac{n\pi y_0}{b} \tag{7}$$

求逆变换得

$$F(t)\delta(x-x_0)\delta(y-y_0) = \frac{4}{ab}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} F(t)\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}\sin\frac{m\pi x_0}{a}\sin\frac{n\pi y_0}{b} \tag{8}$$

将式(6)、(8)代入运动方程式(1)中得

$$\left[D_{11}\left(\frac{m}{a}\right)^4 + 2(D_{12}+2D_{66})\left(\frac{m}{a}\right)^2\left(\frac{n}{b}\right)^2 + D_{22}\left(\frac{n}{b}\right)^4\right]\pi^4 W(t) + \rho h\frac{\partial^2 W(t)}{\partial t^2} = F(t)\sin\frac{m\pi x_0}{a}\sin\frac{n\pi y_0}{b} \tag{9}$$

显然可以再对时间 t 作拉普拉斯变换，令 $\tilde{W}(s) = L(W(t))$，$\tilde{F}(s) = L(F(t))$，考虑到初始条件，得到

$$\tilde{W}(s) = \frac{\tilde{F}(s)\sin\dfrac{m\pi x_0}{a}\sin\dfrac{n\pi y_0}{b}}{\rho h s^2 + D_{11}\left(\dfrac{m\pi}{a}\right)^4 + 2(D_{12}+2D_{66})\left(\dfrac{m\pi}{a}\right)^2\left(\dfrac{n\pi}{b}\right)^2 + D_{22}\left(\dfrac{n\pi}{b}\right)^4} \tag{10}$$

作逆变换 L^{-1}，则得到

$$W(t) = \frac{\sin\dfrac{m\pi x_0}{a}\sin\dfrac{n\pi y_0}{b}}{\rho h}F(t)\cdot L^{-1}\left[\frac{1}{s^2+C}\right] = \frac{\sin\dfrac{m\pi x_0}{a}\sin\dfrac{n\pi y_0}{b}}{\rho h\sqrt{C}}F_{\max}\int_0^t \sin(\tau\sqrt{C})\sin[\omega(t-\tau)]\mathrm{d}\tau \tag{11}$$

其中

$$C = \frac{D_{11}}{\rho h}\left(\frac{m\pi}{a}\right)^4 + \frac{2(D_{12}+2D_{66})}{\rho h}\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \frac{D_{22}}{\rho h}\left(\frac{n\pi}{b}\right)^4$$

式(11)是一个无穷积分方程，s 为 Laplace 空间域中时间 t 的参数，对 m、n 取一定值，可以得到 $W(t)$ 的近似解（m、n 越大，结果精度越高），且代入式(6)，从而可以得到挠度解为

$$w(x,y,t) = \frac{4}{ab}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{\sin\dfrac{m\pi x_0}{a}\sin\dfrac{n\pi y_0}{b}}{\rho h\sqrt{C}}F_{\max}\cdot\int_0^t \sin(\tau\sqrt{C})\sin[\omega(t-\tau)]\mathrm{d}\tau\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b} \tag{12}$$

1.2　动力特性分析

将冲击荷载作用下四边简支矩形夹层薄板的挠度函数 $w(x,y,t)$ 代入夹层薄板应力、应变、位移函数的关系式[16]，可得冲击荷载作用下四边简支矩形夹层薄板的相关动力特性表达式为

$$\begin{cases}\sigma_x^{(k)}=z\dfrac{4\pi^2}{ab}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left(C_{11}^{(k)}\dfrac{m^2}{a^2}+C_{12}^{(k)}\dfrac{n^2}{b^2}\right)W(t)\sin\dfrac{m\pi x}{a}\sin\dfrac{n\pi y}{b}\\ \sigma_y^{(k)}=z\dfrac{4\pi^2}{ab}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\left(C_{12}^{(k)}\dfrac{m^2}{a^2}+C_{22}^{(k)}\dfrac{n^2}{b^2}\right)W(t)\sin\dfrac{m\pi x}{a}\sin\dfrac{n\pi y}{b}\\ \tau_{xy}^{(k)}=-2z\dfrac{4\pi^2}{ab}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}C_{66}^{(k)}\dfrac{mn}{ab}W(t)\cos\dfrac{m\pi x}{a}\cos\dfrac{n\pi y}{b}\end{cases} \tag{13}$$

$$\begin{cases}\varepsilon_x=z\dfrac{4\pi^2}{ab}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{m^2}{a^2}W(t)\sin\dfrac{m\pi x}{a}\sin\dfrac{n\pi y}{b}\\ \varepsilon_y=z\dfrac{4\pi^2}{ab}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{n^2}{b^2}W(t)\sin\dfrac{m\pi x}{a}\sin\dfrac{n\pi y}{b}\\ \gamma_{xy}=-2z\dfrac{4\pi^2}{ab}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{mn}{ab}W(t)\cos\dfrac{m\pi x}{a}\cos\dfrac{n\pi y}{b}\end{cases} \tag{14}$$

$$\begin{cases}u=-z\dfrac{4\pi}{ab}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{m}{a}W(t)\cos\dfrac{m\pi x}{a}\sin\dfrac{n\pi y}{b}\\ v=-z\dfrac{4\pi}{ab}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\dfrac{n}{b}W(t)\sin\dfrac{m\pi x}{a}\cos\dfrac{n\pi y}{b}\\ w=\dfrac{4}{ab}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}W(t)\sin\dfrac{m\pi x}{a}\sin\dfrac{n\pi y}{b}\end{cases} \tag{15}$$

通过分析,当 $D_{66}=(D_{11}-D_{12})/2$ 时,均质矩形薄板受冲击问题成为夹层板受冲击问题的特殊情形,且应变沿厚度方向线性变化,而应力由于各层刚度不同沿厚度方向呈不连续线性变化,二者均在上下表面取得最大值。限于篇幅,本研究仅对夹层玻璃的下表面动力特性进行分析。

2 钢球冲击钢化夹层玻璃薄板的动力学特性

采用直径为10 mm的碳化钨钢球以不同的冲击高度自由落体的作用于70 mm×70 mm的正方形夹层玻璃薄板(3+0.76+3) mm的中心,取冲击高度分别为10、20、30、40、50 cm。相关计算参数如表1所示。

表1 涉及材料的相关物理参数

Tab.1 Related physical parameters of materials

材料	密度/(kg·m^{-3})	泊松比	弹性模量/GPa
碳化钨	15 630	0.15	600
钢化玻璃	2 500	0.2	72
PVB夹层	1 100	0.492	0.985

由于强风携带的风沙颗粒会在玻璃表面形成不固定的冲击荷载,荷载在短时间内突增,且冲击过程并非是连续不断的,存在停歇期,每次撞击为一个加卸载周期,因此,采用半波正弦荷载曲线[17]来求解冲击加卸载过程,即冲击荷载表示为

$$F(t)=\begin{cases}P_{z,\max}\sin\omega & 0\leqslant t\leqslant T\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \tag{16}$$

根据Hertz弹性接触理论[18],在冲击荷载下,得出接触的最大冲击力和冲击作用时间分别为

$$P_{z,\max}=\left[\frac{125}{64}m^3\frac{16}{9}r(E^*)^2\nu_z^6\right]^{\frac{1}{5}} \tag{17}$$

$$T=2t=2.87\left(\frac{m^2}{R(E^*)^2\nu_z}\right)^{\frac{1}{5}} \tag{18}$$

式中:$1/E^*=(1-\mu_1^2)/E_1+(1-\mu_2^2)/E_2$;$E_1$、$\mu_1$ 和 E_2、μ_2 分别为钢球和钢化玻璃的弹性模量和泊松比;$1/R=1/R_1+1/R_2$,由于钢球撞击玻璃平面体,$R_2\to\infty$,有 $R=r$;m 和 r 分别为钢球的质量和半径,ν_z 为钢球自由落体接触速度。

根据动量守恒得出冲击速度为

$$\nu_z=\sqrt{2gh} \tag{19}$$

钢球质量为

$$m_1=\frac{4}{3}\pi r_1^3\rho \tag{20}$$

把式(19)、(20)代入式(17)中得出

$$P_{z,\max}=\left[\frac{16\,000}{243}(\pi\rho gh)^3r^{10}(E^*)^2\right]^{\frac{1}{5}} \tag{21}$$

将表1中计算参数代入式(18)和式(21)得出

$$P_{z,\max}=3\,169.87h^{\frac{3}{5}} \tag{22}$$

$$T=2t=4.208\times10^{-5}\times\left(\frac{1}{\sqrt{h}}\right)^{\frac{1}{5}} \tag{23}$$

由式(12)、(22)、(23)及相关计算参数,取 $m=n=5$,通过Matlab求解,得出钢球冲击荷载作用下钢化夹层玻璃薄板相关动力特性,如图2~图7所示。其中,为了得到不同时刻下的变形及应力分布规律图,采用划分网格的方法,将薄板边长14等分,计算225个数据点,使用Origin软件拟合成图。

2.1 变形分析

2.1.1 冲击力、位移响应分析

图2是在钢球不同冲击高度自由落体冲击时,

冲击力、位移及相互影响时程曲线。

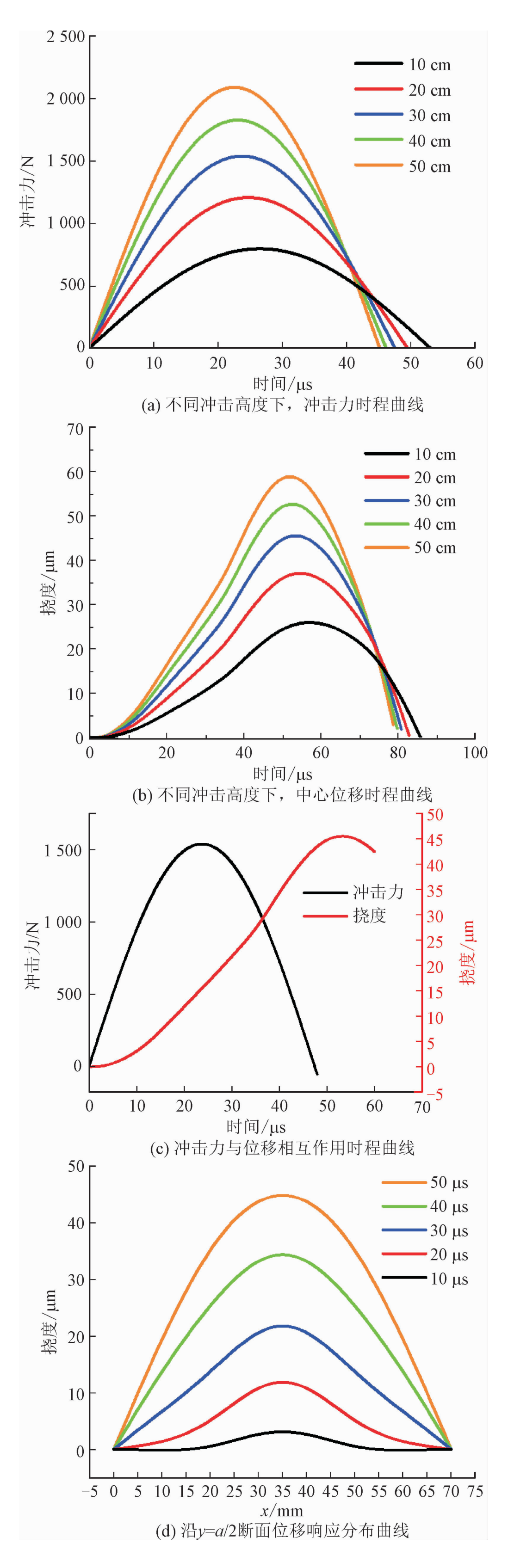


图 2　冲击力、位移响应曲线

Fig. 2　Response curve of impact force and displacement

由图 2(a)(b)可知，在不同冲击高度下，冲击力、位移均随着时间的增加呈先增加后减小的趋势；冲击力越大，冲击作用时间和达到峰值位移所需时间均越短，达到的位移峰值越大；在 10 cm 冲击高度时，在 52 μs 内取得最大冲击力 796 N，在 56 μs 时达到峰值位移 26 μm；在 50 cm 冲击高度时，在 45 μs 内取得最大冲击力为2 090 N，在 52 μs 时达到峰值位移 59 μm；由(c)(d)可知，冲击作用结束，位移并非达到最大值，而是在冲击后短时间内继续增加至峰值，之后在短时间内又急剧恢复至初始状态。究其原因是位移响应过程分为 3 个时期：接触加载期，从钢球与玻璃表面接触开始，随着冲击力的增加，板中心纵向位移逐渐增加，到加载至冲击力峰值时结束；接触卸载期，钢球加速度减小至 0，但速度依然在增加，因此，随着时间的推移，冲击力从峰值开始减小，但位移还在增加，直至钢球反弹脱离玻璃，冲击力减小至 0 结束，纵向位移在冲击作用时间内达到最大值；脱离后期，由于冲击引起的钢化玻璃内部产生惯性效应，在冲击作用结束后的一段时间内纵向位移继续增加至峰值。峰值过后，随着时间的推移，钢化夹层玻璃纵向位移均逐渐恢复，这也完全符合钢化夹层玻璃主要发生的弹性变形。同时，图 2(d)还反映了不同时刻下夹层玻璃的变形形貌，离冲击荷载作用点距离越远，冲击荷载对位移的影响越小，在玻璃板边趋于 0。

2.1.2　位移场分析

图 3 是在钢球 30 cm 高度自由落体冲击时，钢化夹层玻璃薄板下表面在不同时刻的位移分布规律。

在夹层玻璃下表面，不同冲击时刻的位移均呈对称分布且接触中心受冲击影响最大，随着冲击的进行，各位置位移均逐渐增加，最大位移环半径逐渐增大。冲击时刻为 10 μs 时，一个半径为 15 mm($r<$15 mm)的接触中心区域产生与钢球冲击方向相同的位移，中心点位移为 3.07 μm，边界区域(15 mm $<r<$35 mm)产生与钢球冲击方向相反的位移，4 个边界位移为 0；冲击时刻为 20 μs 时，部分边界区域内位移方向转变，接触中心区域半径增加至 30 mm；冲击时刻为 30 μs 时，全部边界区域内位移方向转变，下表面均形成与冲击方向相同的位移；到冲击时刻为 40 μs 时，位移由边界向中心点逐渐增大，中心点位移增加至 34.29 μm。

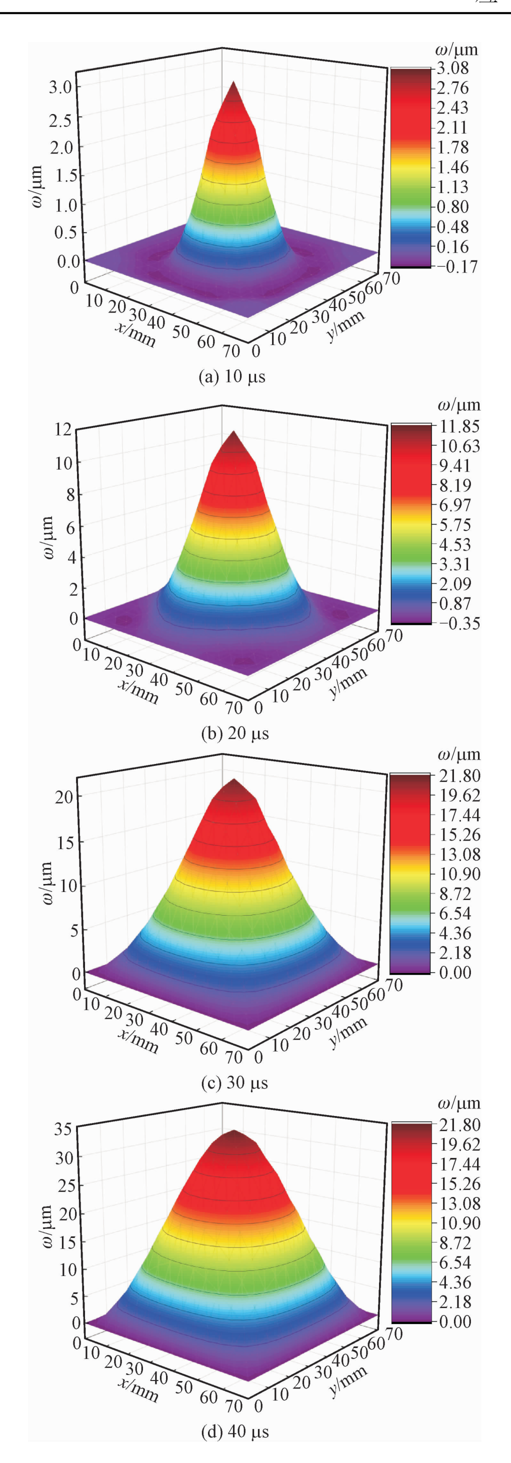


图 3 30 cm 冲击高度下，夹层玻璃下表面在不同时刻的位移分布

Fig. 3 Displacement distribution ofthe lower surface of laminated glass at different moments under impact height of 30 cm

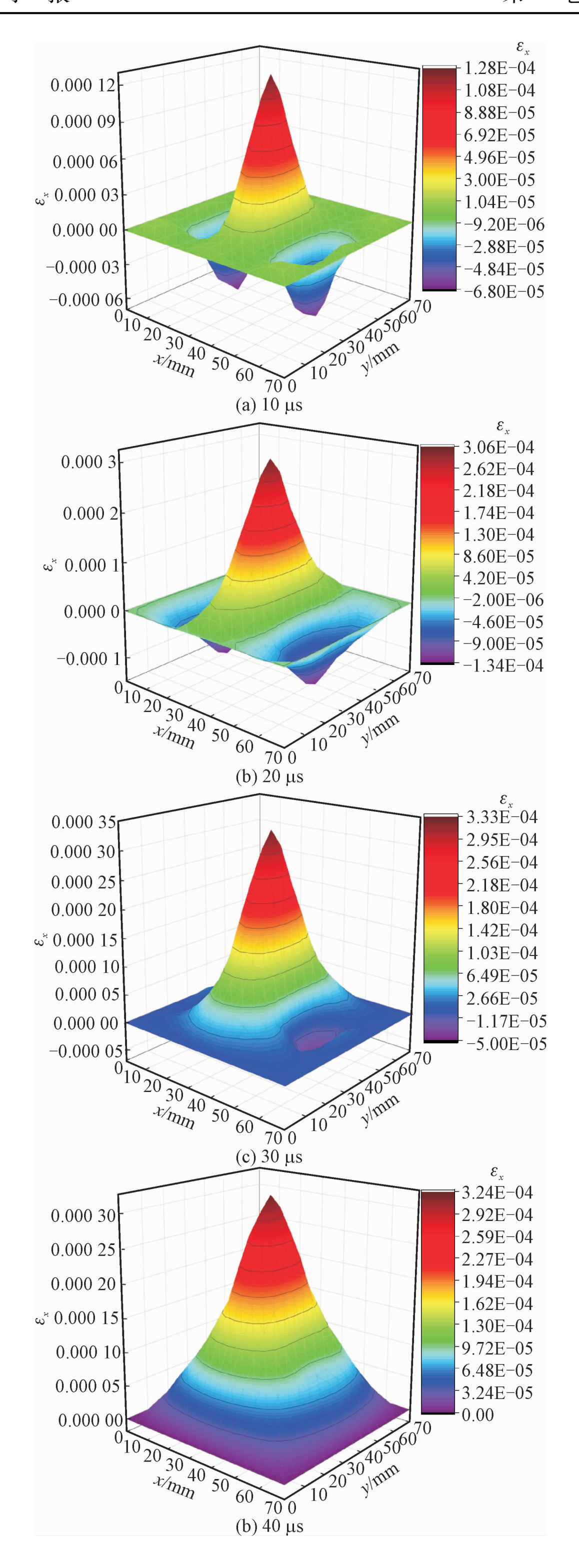


图 4 30 cm 冲击高度下，夹层玻璃下表面在不同时刻的应变 ε_x 分布

Fig. 4 Strain distribution of the lower surface of laminated glass at different moments under impact height of 30 cm

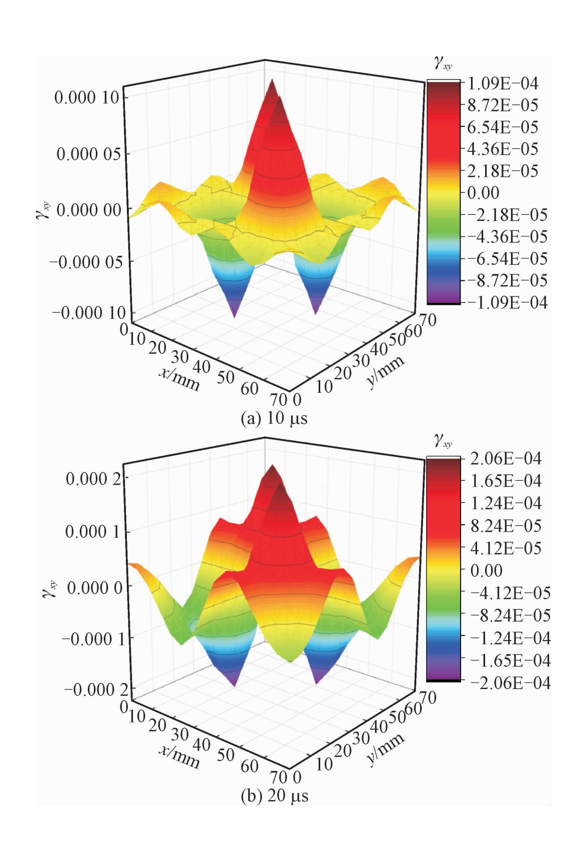
2.1.3 应变场分析

图 4 是在钢球 30 cm 高度自由落体冲击时，钢化夹层玻璃薄板下表面在不同时刻的应变（ε_x）分布规律图。

在夹层玻璃下表面，不同冲击时刻的应变场（ε_x）均呈对称分布且在 4 个边界上的应变为 0，接触中心区域位移较大，对应的下表面纤维受拉，产生

拉应变最大值为 3.32×10^{-4}；边界区域玻璃产生翘曲，对应的下表面纤维受压，产生压应变最大值 1.30×10^{-4}，直至 40 μs 时刻，下表面压应变全部变为拉应变，拉应变由边界向中心点逐渐增大。进一步分析可知，在不同的 z 值对应平面内，ε_x 的分布规律与图 4 中的分布规律基本相同，只是竖坐标大小及符号不同，对于上表面应变分布恰与下表面相反，中平面上应变为 0。

图 5 是在钢球 30 cm 高度自由落体冲击时，钢化夹层玻璃薄板下表面在不同时刻的应变（γ_{xy}）分布规律图。在夹层玻璃下表面，不同冲击时刻的应变场（γ_{xy}）均关于钢化夹层玻璃的两条斜对角线呈对称分布，并且在下表面两条对角线上的应变产生最大值，直至 40 μs 时刻，最大应变值出现在对角线上的角点处，为 4.20×10^{-4}，左上和右下角为负值，右上和左下角为正值，而在钢化夹层玻璃横竖两条对称轴上的应变均为 0。进一步分析可知，在不同的 z 值对应平面内，γ_{xy} 的分布规律与图 5 中的分布规律基本相同，只是竖坐标大小及符号不同，对于上表面应变分布恰与下表面相反，中平面上应变为 0。



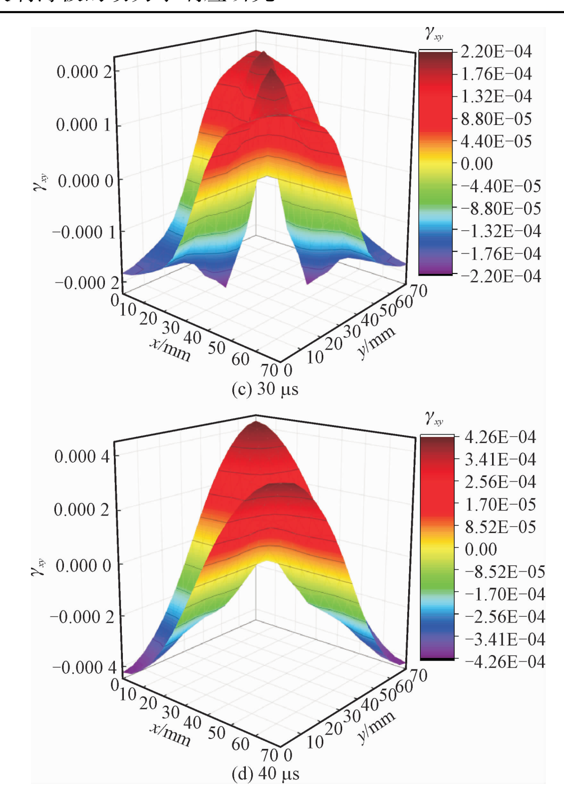


图 5　30 cm 冲击高度下，夹层玻璃下表面在不同时刻的应变 γ_{xy} 分布

Fig. 5　Strain distribution of the lower surface of laminated glass at different moments under impact height of 30 cm

2.2　应力分析

图 6 是在钢球 30 cm 高度自由落体冲击时，钢化夹层玻璃薄板下表面在不同时刻的应力（σ_x）分布规律图。在夹层玻璃下表面，不同冲击时刻的应力场（σ_x）均呈对称分布且在 4 个边界上的应力为 0，接触中心区域产生拉应力最大值为 29.88 MPa，边界区域产生压应力最大值 8.78 MPa，直至 40 μs 时刻，下表面压应力全部变为拉应力，拉应力由边界向中心点逐渐增大。进一步分析可知，在不同的 z 值对应平面内，σ_x 的分布规律与图 6 中的分布规律基本相同，只是竖坐标大小及符号不同，对于上表面应力分布恰与下表面相反，中平面上应力为 0。

图 7 是在钢球 30 cm 高度自由落体冲击时，钢化夹层玻璃薄板下表面在不同时刻的应力（τ_{xy}）分布规律图。在夹层玻璃下表面，不同冲击时刻应力场（τ_{xy}）均关于钢化夹层玻璃的两条斜对角线呈对称分布，并且在下表面两条对角线上的应力产生最大值，直至 40 μs 时刻，最大应力值出现在对角线上的角点处，为 12.75 MPa，左上和右下角为负值，右上和左下角为正值，而在钢化夹层玻璃横竖两条对称

轴上的应力均为0。

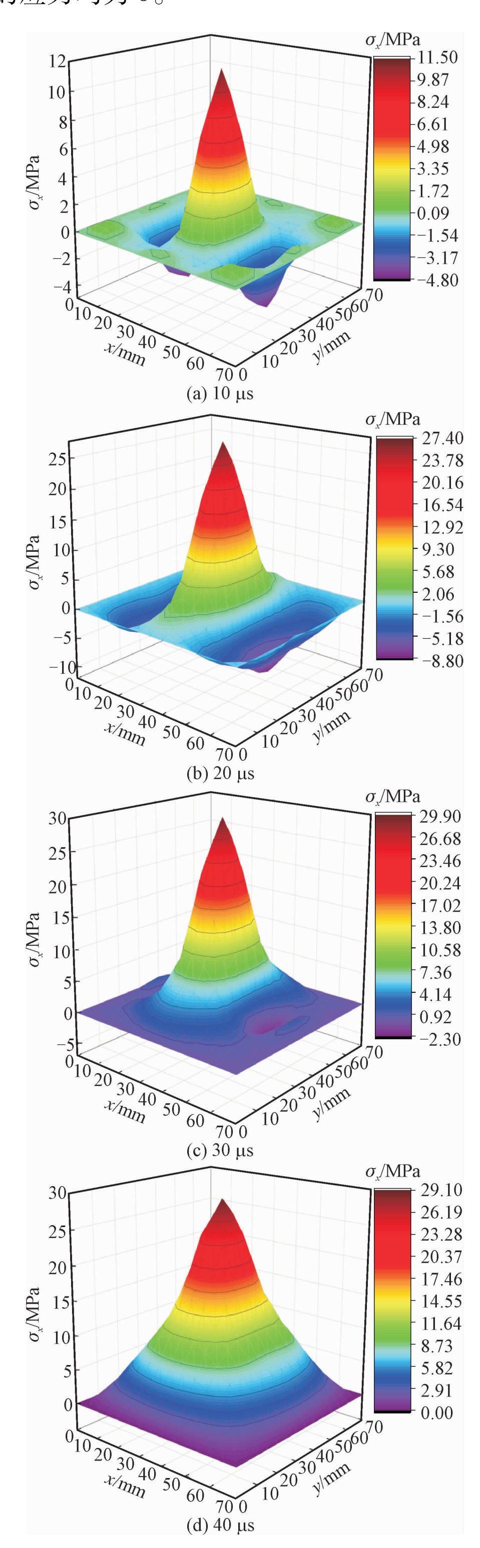


图6 30 cm 冲击高度下,夹层玻璃下表面在不同时刻的应力 σ_x 分布

Fig.6 Stress distribution of the lower surface of laminated glass at different moments under impact height of 30 cm

进一步分析可知,在不同的 z 值对应平面内,τ_{xy} 的分布规律与图7中的分布规律基本相同,只是竖坐标大小及符号不同,对于上表面应力分布恰与下表面相反,中平面上应力为0。

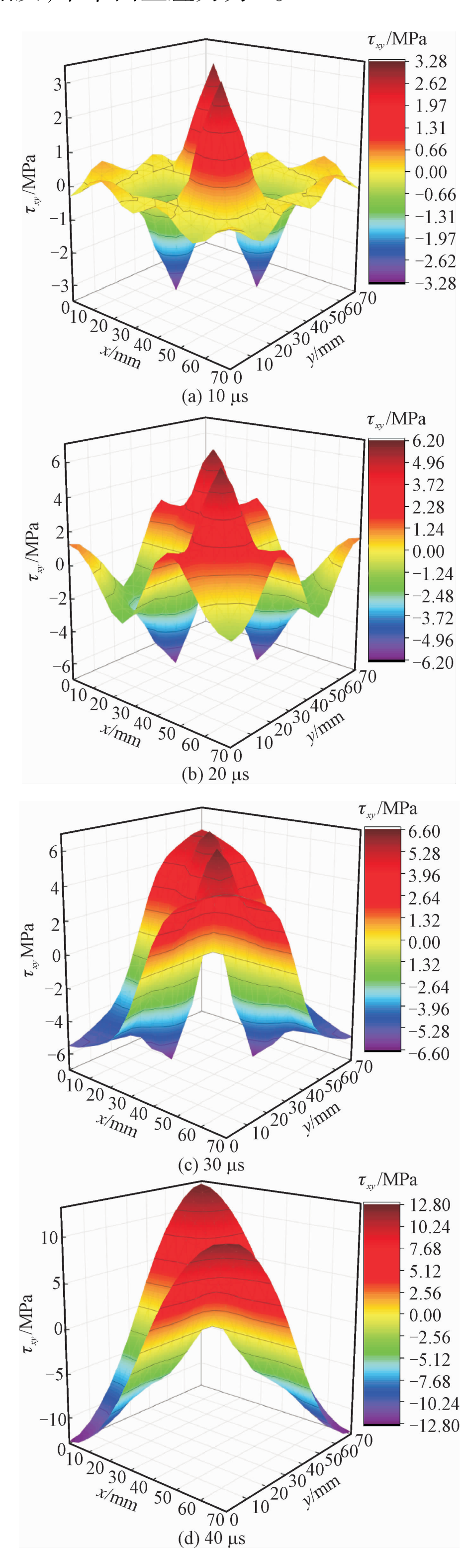


图7 30 cm 冲击高度下,夹层玻璃下表面在不同时刻的应力 τ_{xy} 分布

Fig.7 Stress distribution of the lower surface of laminated glass at different moments under impact height of 30 cm

2.3　破坏机理分析

冲击荷载作用下四边简支矩形钢化夹层玻璃薄板的应力和变形分布规律表明,上下两层钢化玻璃均有可能破碎,在夹层玻璃薄板冲击点区域下表面受拉而出现拉破坏,边界区域受压出现压破坏,随着冲击的进行,下表面受压区逐渐全部转变为受拉区破坏,而上表面的破坏情况则恰好相反;下层玻璃破碎概率要比上层玻璃大,这与玻璃的自身特性有关,原因在于夹层玻璃薄板下表面所受的拉应力和上表面所受的压应力在数值上大小相当,而玻璃抗压不抗拉;下表面冲击中心最先破坏,上表面边界区域次之,但均先于其他区域出现拉破坏而导致其余位置失稳破坏。同时,冲击荷载引起玻璃下表面冲击中心形成应力集中现象,随着冲击作用时间的推移,冲击损伤区域逐渐扩大,表明应力波在玻璃内部传播,引起微裂纹扩展,直至交叉贯通最终破坏。此理论分析结果与文献[19]中夹层玻璃破坏机理试验研究相吻合。

3　结　论

本研究利用重三角级数构造了冲击荷载作用下四边简支弹性矩形夹层薄板的挠度函数,依据有限傅里叶变换和拉普拉斯变换方法求解挠度函数系数,并基于薄板小挠度弯曲理论得到四边简支条件下矩形夹层薄板的应变与应力函数,以钢化夹层玻璃受冲击问题为背景,利用 Matlab 编程对挠度、应力、应变的分布规律进行计算,得到主要结论如下。

1)利用完全满足边界条件的重三角级数构造了冲击荷载作用下四边简支矩形弹性薄板的挠度函数,依据积分变换方法求解挠度函数系数,求解过程采用半逆解法的思想,避免了直接求解四阶偏微分方程的复杂性,使得求解过程思路清晰、计算简便且计算量相对较少,该思路可拓展至求解边界和受力条件更为复杂的矩形薄板的弯曲问题。

2)钢球冲击荷载引起玻璃介质惯性效应致使冲击力、位移响应分为接触加载期、接触卸载期、脱离后期。不同冲击高度下,冲击力、位移响应均呈先增加后减小的趋势,冲击力越大,冲击作用时间和达到峰值位移所需时间均越短,达到的位移峰值越大。同时,应力波在玻璃内对称向四周传播且不断衰减致使位移场、应变场、应力场均呈对称分布,且冲击荷载对冲击点的影响最大。

3)钢化玻璃薄板冲击点区域下表面受拉而出现拉破坏,边界区域受压出现压破坏,而上表面的破坏情况则恰好相反。

本研究结果为揭示风沙颗粒等冲击荷载下钢化夹层玻璃的破坏机理提供了重要依据。

参考文献:

[1]　郝负洪,赵呈光,王雨夏,等.玻璃材料在气固两相流作用下的冲蚀损伤机理研究[J].材料保护,2018,51(5):64-68.
HAO Yunhong, ZHAO Chengguang, WANG Yuxia, et al. Study on erosion mechanism of glass materials undergas-solid biphasic flow [J]. Materials protection, 2018, 51(5): 64-68 (in Chinese).

[2]　臧孟炎,雷周,尾田十八.汽车玻璃的静力学特性和冲击破坏现象[J].机械工程学报,2009,45(2):268-272.
ZANG Mengyan, LEI Zhou, ODA J. Static characteristic and impact fracture behavior of automobile glass[J]. Journal of mechanical engineering, 2009, 45(2): 268-272 (in Chinese).

[3]　方维凤,余晓青.冲击载荷作用下平板玻璃穿孔机理[J].振动与冲击,2007,26(1):42-44.
FANG Weifeng, YU Xiaoqing. The perforation mechanism of flat glass under impact load[J]. Journal of vibration and shock, 2007, 26(1): 42-44 (in Chinese).

[4]　林荣会,杨冉,龚宇龙.夹层玻璃受冰雹冲击的有限元模拟和冲击点的动态响应[J].硅酸盐通报,2016,35(11):3562-3568.
LIN Ronghui, YANG Ran, GONG Yulong. Finite element simulation of laminated glass impacted by hail and dynamic response of impact point[J]. Bulletin of the Chinese Ceramic Society, 2016, 35 (11): 3562-3568 (in Chinese).

[5]　郑志嘉,段卓平,张连生,等.冲击载荷作用下玻璃和陶瓷材料失效模式对比研究[J].北京理工大学学报,2015,35(10):1011-1015.
ZHENG Zhijia, DUAN Zhuoping, ZHANG Liansheng, et al. Contrastive study on the failure mode of glass and ceramic under the impact loading[J]. Transactions of Beijing Institute of Technology, 2015, 35(10): 1011-1015 (in Chinese).

[6]　王振,张超,王银茂,等.飞机风挡无机玻璃在不同应变率下的力学行为[J].爆炸与冲击,2018,38(2):295-301.
WANG Zhen, ZHANG Chao, WANG Yinmao, et al. Mechanical behaviours of aeronautical inorganic glass at different strain rates[J]. Explosion and shock waves, 2018, 38(2): 295-301 (in Chinese).

[7]　李磊,安二峰,杨军.浮法玻璃应变率相关的动态本构关系[J].建筑材料学报,2011,14(2):202-206.
LI Lei, AN Erfeng, YANG Jun. Strain rate dependent dynamic constitutive equation of float glass[J]. Journal of building materials, 2011, 14(2): 202-206 (in Chinese).

[8]　孙建,胡洋.均布和静水压力作用下固支矩形薄板力学特性

[J]. 应用力学学报,2015,32(6):908-914.
SUN Jian,HU Yang. Mechanical properties of clamped rectangular thin plate under uniform load and hydrostatic pressure[J]. Chinese journal of applied mechanics,2015,32(6):908-914(in Chinese).

[9] 陈英杰,郭敦,董静波,等. 功的互等法在简谐分布力矩下矩形板受迫振动问题的应用[J]. 应用力学学报,2019,36(3):631-636.
CHEN Yingjie,GUO Dun,DONG Jingbo,et al. Application of reciprocal method for rectangular plates bending problem with the harmonic distribution of moment[J]. Chinese journal of applied mechanics,2019,36(3):631-636(in Chinese).

[10] XU Q L,JI T G,JIANG R,et al. Unified solution method of rectangular plate elastic bending[J]. Journal of Southeast University (English edition),2002,18(3):241-248.

[11] 高俊,党发宁,李海斌,等. 静水荷载作用下矩形薄板力学特性研究及其应用[J]. 应用力学学报,2018,35(5):1029-1036.
GAO Jun,DANG Faning,LI Haibin,et al. The mechanical properties and application of rectangular thin plates under hydrostatic pressure[J]. Chinese journal of applied mechanics,2018,35(5):1029-1036(in Chinese).

[12] 钟阳,张永山. 四边任意支承条件下弹性矩形薄板弯曲问题的解析解[J]. 应用力学学报,2005,22(2):293-297.
ZHONG Yang,ZHANG Yongshan. Theoretic solution for rectangular thin plate with arbitrary boundary conditions by symplectic geometry method[J]. Chinese journal of applied mechanics,2005,22(2):293-297(in Chinese).

[13] LIU Y M,LI R. Accurate bending analysis of rectangular plates with two adjacent edges free and the others clamped or simply supported based on new symplectic approach[J]. Applied mathematical modelling,2010,34(4):856-865.

[14] ZHONG Y,LI R,LIU Y M,et al. On new symplectic approach for exact bending solutions of moderately thick rectangular plates with two opposite edges simply supported[J]. International journal of solids and structures,2009,46(11/12):2506-2513.

[15] 刘人怀. 板壳力学[M]. 北京:机械工业出版社,1990.

[16] JONES R M. 复合材料力学[M]. 朱颐龄,译. 上海:上海科学技术出版社,1981.

[17] 侯芸,郭忠印,田波,等. 动荷作用下沥青路面结构的变形响应分析[J]. 中国公路学报,2002,15(3):6-10.
HOU Yun,GUO Zhongyin,TIAN Bo,et al. Dynamic deflection response of layered pavement structure subjected to dynamic load [J]. China journal of highway and transport,2002,15(3):6-10(in Chinese).

[18] JOHNSON K L. 接触力学[M]. 徐秉业,译. 北京:高等教育出版社,1992.

[19] 况利民,王星尔,杨健. 夹层玻璃在外部刚体冲击下的破坏机理试验研究[J]. 科技通报,2018,34(6):184-188.
KUANG Limin,WANG Xing'er,YANG Jian. Experimental study on failure mechanism of laminated glass under impact of external rigid objects[J]. Bulletin of science and technology,2018,34(6):184-188(in Chinese).

(编辑 李坤璐)